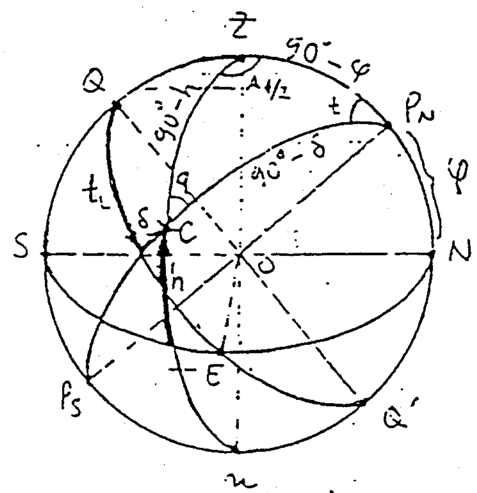
# CHƯƠNG 2 : TAM GIÁC THỊ SAI CỦA THIÊN THỂ VÀ CÁCH GIẢI

## ✧ 4. TAM GIÁC CẦU VỊ TRÍ CỦA THIÊN THỂ VÀ CÁC HỆ CÔNG THỨC CHÍNH ĐỂ GIẢI NÓ

### 1. TAM GIÁC CẦU VỊ TRÍ CỦA THIÊN THỂ VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA NÓ :

Sau khi xây dựng Thiên cầu với vĩ độ đã cho và vạch được vòng thẳng đứng và kinh tuyến của thiên thể C, chúng ta nhận được tam giác cầu $P_N$ZC có các đỉnh là : thiên cực thượng $P_N$, thiên đỉnh Z và vị trí của thiên thể C. Tam giác này được gọi là tam giác thị sai của thiên thể.




H8

Các yếu tố của tam giác thị sai là :

- Góc ở thiên đỉnh chính là phương vị trong cách tính bán vòng $A_{1/2}$ .
- Góc ở thiên cực chính là góc giờ thực dụng tính từ kinh tuyến người quan sát, tức là góc giờ địa phương.
- Góc ở thiên thể gọi là góc thị sai ( q ) và ít khi được sử dụng trong Thiên văn hàng hải.
- Cạnh $ZP_N = 90° - \varphi$
- Cạnh $P_NC = 90° - \delta$ hay là cực cự Δ.
- Cạnh $ZC = 90° - h$ hay là đỉnh cự z.

Tam giác thị sai liên kết các tọa độ Thiên văn h, A, δ và t với các tọa độ địa lý của người quan sát ( vĩ độ φ được đưa trực tiếp vào tam giác thị sai, còn kinh độ được bao hàm trong công thức $\lambda = t_L - t_G$ ).

Bằng cách giải tam giác thị sai theo các công thức của tam giác cầu ( học ở phần sau ), trong Thiên văn thực hành ta sẽ hoặc là nhận được các tọa độ của người quan sát một cách riêng rẽ hoặc là xác định được vị trí của người quan sát trên hải đồ. Từ tam giác thị sai ta cũng tính được phương vị để dùng cho các phương pháp xác định số hiệu chỉnh la bàn. Do đó, tất cả các bài toán cơ bản của Thiên văn hàng hải có thể giải quyết được bằng việc sử dụng tam giác thị sai.

## 2. CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN CỦA TAM GIÁC CẦU :

### *A. CÔNG THỨC COSIN CỦA CẠNH :*

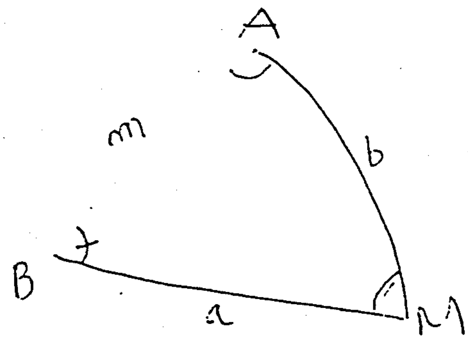
Công thức này xây dựng mối quan hệ giữa tất cả 3 cạnh và 1 trong các góc của tam giác cầu.

*" Cosin của 1 cạnh của tam giác cầu bằng tích số các cosin của 2 cạnh còn lại cộng với tích số các sin của các cạnh đó và cosin của góc giữa chúng "*

Công thức cosin của một cạnh được áp dụng để tính một cạnh bất kỳ nào đó nếu như biết trước 2 cạnh còn lại và góc giữa chúng, cũng như để tính một góc nếu biết 3 cạnh.

Ví dụ, đối với tam giác cầu ABM mà các yếu tố của nó là góc A, B, M và các cạnh là a, b, m. Ta có thể viết các công thức như sau :

$$\cos a = \cos b \cos m + \sin b \sin m \cos A$$
$$\cos b = \cos a \cos m + \sin a \sin m \cos B$$
$$\cos m = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos M$$




### *B. CÔNG THỨC COSIN CỦA MỘT GÓC :*

Công thức này thiết lập mối quan hệ giữa 3 góc và 1 trong các cạnh của tam giác cầu.

*" Cosin của 1 góc của tam giác cầu thì bằng tích số các sin của 2 góc còn lại với cosin của cạnh nằm giữa chúng trừ đi tích số các cosin của chính các góc đó "*

Tương tự với tam giác cầu ABM ta có thể viết :

$$\cos A = \sin B \sin M \cos a - \cos B \cos M$$
$$\cos B = \sin A \sin M \cos b - \cos A \cos M$$
$$\cos M = \sin A \sin B \cos m - \cos A \cos B$$

## C. CÔNG THỨC SIN :

Thiết lập mối quan hệ giữa các yếu tố đối diện nhau của tam giác, tức là các cạnh và các góc.

*" Trong một tam giác cầu tỉ số các sin của các góc thì bằng tỉ số các sin của các cạnh "*

Trong tam giác cầu nói trên ta có thể viết :

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin m}{\sin M}$$

## D. CÔNG THỨC COTANG ( CÔNG THỨC 4 YẾU TỐ ) :

Công thức này xây dựng mối quan hệ giữa 4 yếu tố liên tiếp của tam giác cầu. Các yếu tố này được phân biệt thành các yếu tố ngoài và các yếu tố trong.

*" Cotang của góc ngoài nhân với sin của góc trong thì bằng tích cotang của cạnh ngoài với sin cạnh trong trừ đi tích số các cosin của các yếu tố trong "*

Ví dụ, trong tam giác cầu ABM, chúng ta muốn thiết lập mối quan hệ giữa các yếu tố A, m, B, a thì góc A và cạnh A là các yếu tố ngoài, còn góc B và cạnh m là những yếu tố trong. Trong trường hợp này ta có thể viết công thức :

$$\text{cotg} A \sin B = \text{cotg}\, a \sin m - \cos B \cos m$$

Đối với một tam giác cầu chúng ta có 6 cách sắp xếp thành một nhóm 4 yếu tố liên tiếp, vì vậy ta có thể viết 6 biểu thức như sau :

$$\text{cotg} A \sin M = \text{cotg}\, a \sin b - \cos M \cos b$$
$$\text{cotg} B \sin B = \text{cotg}\, b \sin a - \cos M \cos a$$
$$\text{cotg} B \sin A = \text{cotg}\, b \sin m - \cos A \cos m$$
$$\text{cotg} M \sin A = \text{cotg}\, m \sin b - \cos A \cos b$$
$$\text{cotg} M \sin B = \text{cotg}\, m \sin a - \cos B \cos a$$

Bốn định lý cơ bản trên có thể được áp dụng để giải cả tam giác cầu xiên ( thường ), cũng như tam giác cầu vuông ( tam giác cầu có 1 góc bằng $90^\circ$ ) hay tam giác cầu 1 / 4 ( tam giác cầu có 1 cạnh bằng $90^\circ$ ). Việc giải tam giác cầu vuông hay 1 / 4 đơn giản hơn giải các tam giác cầu xiên vì 1 trong các yếu tố của chúng ( góc vuông hay cạnh $90^\circ$ ) luôn luôn đã biết.

## ◊ 5. CÁC HỆ CÔNG THỨC CƠ BẢN ĐỂ TÍNH ĐỘ CAO VÀ PHƯƠNG VỊ CỦA THIÊN THỂ

Việc xác định vị trí tàu hoặc số hiệu chỉnh la bàn bằng phương pháp Thiên văn có liên quan mật thiết đến việc tính toán các đại lượng chưa biết thông qua các đại lượng đã biết mà ta thu được từ các quan trắc hay bằng các phương pháp nào đó. Ta đã biết tam giác thị sai của thiên thể là tam giác liên kết các tọa độ địa lý của người quan sát với các tọa độ chân trời và xích đạo của thiên thể. Do vậy, đối với tất cả các bài toán quan trọng trong Thiên văn hàng hải ta cần phải giải tam giác thị sai của thiên thể.

Trong thực tiễn ta thường gặp các trường hợp giải tam giác như sau :

- Bài toán xác định vị trí tàu : biết các yếu tố $\varphi$, $\delta$, $t_L$ . Tính h và A.
- Bài toán xác định số hiệu chỉnh la bàn : biết các yếu tố $\varphi$, $\delta$, $t_L$ . Tính A.

Khi xác định vị trí tàu ( đồng thời tính cả độ cao h và phương vị A ) ta thường sử dụng 2 nhóm công thức sau :

### 1. <u>NHÓM CÔNG THỨC THỨ NHẤT ( HỆ CÔNG THỨC SIN )</u> :

Để tính độ cao h chúng ta áp dụng công thức cosin của cạnh, được viết cho cạnh ZC = $90^\circ$ - h như sau :

$$\cos ( 90^\circ - h ) = \cos ( 90^\circ - \varphi ) \cos ( 90^\circ - \delta ) + \sin ( 90^\circ - \varphi ) \sin ( 90^\circ - \delta ) \cos t_L$$

Đơn giản hóa công thức ta có :

$$\boxed{\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t_L}$$

Khi xét dấu công thức trên, chúng ta cần theo những nguyên tắc sau đây :

- Tất cả các hàm số của $\varphi$ luôn luôn dương ( + ) , vì $\varphi$ không thể lớn hơn $90^\circ$. Nguyên tắc này không phân biệt $\varphi_N$ hay $\varphi_S$ .

- Tất cả các hàm số của δ cũng dương ( + ) nếu δ cùng tên với φ. Nếu δ khác tên với φ thì cos δ sẽ dương còn sin δ sẽ âm.
- Trong công thức ta luôn sử dụng góc giờ thực dụng của thiên thể , mà ta đã biết rằng gía trị của góc giờ thực dụng nằm trong khoảng $0^\circ$ - $180^\circ$.

Để tính đại lượng A ta sử dụng hàm sin với độ cao của thiên thể đã biết :

$$\sin A \sin(90^\circ - h) = \sin(90^\circ - \delta)\sin t_L$$

Đơn giản hóa công thức ta có :

$$\boxed{\sin A = \cos\delta \sin t_L \sec h}$$

Ở đây chúng ta đã tính A theo một đại lượng tính được khác là h, mà trong h sẽ có những sai số , do đó sẽ gây ra những sai số lớn hơn trong A. Tuy nhiên sai số này vẫn nhỏ hơn rất nhiều so với sai số cho phép của A trong thực tiễn là $0^\circ$ 1, do vậy ta vẫn sử dụng công thức này để đơn giản hóa việc tính toán.

Công thức sin A không cần phải xét dấu, cón độ lớn của A tính được thì luôn nhỏ hơn $90^\circ$, tức là trong cách tính 1/ 4 vòng, do đó ta phải xác định tên của nó theo qui tắc sau :

- Chữ thứ 2 của phương vị luôn cùng tên với góc giờ thực dụng của thiên thể , được lấy từ lịch Thiên văn.
- Chữ thứ nhất sẽ là :

- Khi φ khác tên δ thì chữ thứ nhất sẽ khác tên với vĩ độ người quan sát.
- Khi φ cùng tên với δ thì chữ thứ nhất của phương vị sẽ khác tên với φ nếu δ < φ và độ cao của thiên thể nhỏ hơn độ cao trên vòng thẳng đứng gốc của nó ( $h < h_G$ ) ; sẽ cùng tên với φ nếu δ > φ hoặc δ < φ và $h > h_G$.

Ở đây $h_G$ là độ cao của thiên thể ở trên vòng thẳng đứng gốc được lấy gần đúng từ bảng toán theo φ và δ.

## 2. NHÓM CÔNG THỨC THỨ 2 ( HỆ CÔNG THỨC SIN² Z / 2 ) :

Khi tiến hành tính bằng các bảng 4 chữ số thập phân, công thức sin h không phải lúc nào cũng đảm bảo cho độ chính xác cao, nhất là khi độ cao lớn hơn $30^\circ$ . Trong trường hợp này, để tăng độ chính xác khi tính h người ta thường áp dụng công thức $\sin^2 z/2$ . Công thức này nhận được bằng cách biến đổi công thức sin h sau khi thay $h = 90^\circ - z$ .

Sau khi biến đổi toán học, ta có công thức như sau :

$$\sin^2\frac{z}{2} = \sin^2\frac{\varphi \pm \delta}{2} + \cos\varphi\cos\delta\sin^2\frac{t_L}{2}$$

Để tính phương vị A ta vẫn sử dụng công thức sin A sau khi thay sec h = cosec z :

$$\sin A = \cos\delta \sin t_L \operatorname{cosec} z$$

Kết hợp lại ta có hệ công thức thứ 2 như sau :

$$\boxed{\begin{aligned} &\sin^2\frac{z}{2} = \sin^2\frac{\varphi \pm \delta}{2} + \cos\varphi\cos\delta\sin^2\frac{t_L}{2} \\ &\sin A = \cos\delta \sin t_L \operatorname{cosec} z \end{aligned}}$$

Sử dụng hệ công thức này chúng ta không cần phải xét dấu, vì các thành phần của nó luôn luôn dương. Và trong công thức tính h :

- $\varphi + \delta$ khi $\varphi$ và $\delta$ khác tên.
- $\varphi - \delta$ hoặc $\delta - \varphi$ khi $\varphi$ và $\delta$ cùng tên và ta luôn lấy số lớn trừ đi số bé.

## ✧ 6. TÍNH ĐỘ CAO VÀ PHƯƠNG VỊ CỦA THIÊN THỂ THEO CÁC BẢNG TÍNH CHUYÊN DỤNG ( HO 214, NP 401, BAC 58 ... )

Sẽ học ở phần THIÊN VĂN THỰC HÀNH.